DÉMONSTRATIONS

addition	multiplication
$a+b=b+a$	$a \times b = b \times a$
$(a+b)+c=a+(b+c)$	$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
$a \times (b+c) = a \times b + a \times c$	
$a+0=a$	$a \times 1 = a$

$a = b \rightarrow a + c = b + c$

$a = b \rightarrow a \times c = b \times c$

∀ ∃

soustraction	division
$\forall\, q\,,\ \exists\, q' :$	$\forall\, d \neq 0\,,\ \exists\, d' :$
$q + q' = 0$	$d \times d' = 1$

notations

$q' = -q$ $\qquad$ $d' = 1 / d$

Cliquez sur la formule dont vous souhaitez la démonstration !

- $a \times 0 = 0$
- $1/(1/a) = a$
- $(-a) \times b = -(a \times b)$

$-(-a) = a$

$(-1) \times a = -a$

$(-a) \times (-b) = a \times b$

Pourquoi $a \times 0 = 0$?

$$a \times (1+0) = (a \times 1) + (a \times 0)$$

$$(1+0) = 1$$

$$a \times 1 = a$$

$$a = a + (a \times 0)$$

$$a + \underline{(-a)} = a + \underline{(-a)} + (a \times 0)$$

$$0 = 0 + (a \times 0)$$

$$0 = (a \times 0)$$

addition	multiplication
$a + b = b + a$	$a \times b = b \times a$
$(a+b) + c = a + (b+c)$	$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
$a \times (b+c) = (a \times b) + (a \times c)$	
$a + 0 = a$	$a \times 1 = a$
$a + x = 0 \leftrightarrow x = -a$	$a \times u = 1 \leftrightarrow u = 1/a$
$a = b \rightarrow a + c = b + c$	$a = b \rightarrow a \times c = b \times c$

Pourquoi $-(-a)=a$?

$-(-a)$, c'est l'opposé de $(-a)$

c'est-à-dire le nombre ? tel que

$(-a)+?=0$

C'est donc a

$-(-a)=a$

addition	multiplication
$a+b=b+a$	$a\times b=b\times a$
$(a+b)+c=a+(b+c)$	$(a\times b)\times c=a\times(b\times c)$
$a\times(b+c)=a\times b+a\times c$	
$a+0=a$	$a\times 1=a$
$a+x=0 \leftrightarrow x=-a$	$a\times u=1 \leftrightarrow u=1/a$
$a=b \rightarrow a+c=b+c$	$a=b \rightarrow a\times c=b\times c$

Pourquoi $\frac{1}{\frac{1}{a}} = a$?

$\frac{1}{\frac{1}{a}}$ **c'est l'inverse de** $\frac{1}{a}$

c'est-à-dire le nombre ? tel que

$$\frac{1}{a} \times ? = 1$$

C'est donc a

$$\frac{1}{\frac{1}{a}} = a$$

addition	multiplication
a + b = b + a	a × b = b × a
(a+b) + c = a + (b+c)	(a×b) × c = a × (b×c)
a × (b+c) = (a × b) + (a × c)	
a + 0 = a	a × 1 = a
a + x = 0 ↔ x = − a	a × u = 1 ↔ u = $\frac{1}{a}$
a = b → a + c = b + c	a = b → a × c = b × c

Pourquoi $(-1) \times a = -a$?

$$a + [(-1) \times a]$$
$$= [1 \times a] + [(-1) \times a]$$

a

$$= [1 + (-1)] \times a$$
$$= 0 \times a$$

On sait déjà que $0 \times a = 0$.

$a + [(-1) \times a] = 0$

$[(-1) \times a] \quad -a$

addition	multiplication
$a + b = b + a$	$a \times b = b \times a$
$(a+b) + c = a + (b+c)$	$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
$a \times (b+c) = (a \times b) + (a \times c)$	
$a + 0 = a$	$a \times 1 = a$
$a + x = 0 \leftrightarrow x = -a$	$a \times u = 1 \leftrightarrow u = 1/a$
$a = b \rightarrow a + c = b + c$	$a = b \rightarrow a \times c = b \times c$

Pourquoi $(-a) \times b = -(a \times b)$?

On sait déjà que $(-1) \times a = -a$. Diapo 6.

$$[-a] \times b = [(-1) \times a] \times b$$
$$= (-1) \times [a \times b]$$

$(-1) \times A = -A$. Diapo 6.

$$(-a) \times b = -[a \times b]$$

addition	multiplication
$a + b = b + a$	$a \times b = b \times a$
$(a+b) + c = a + (b+c)$	$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
$a \times (b+c) = (a \times b) + (a \times c)$	
$a + 0 = a$	$a \times 1 = a$
$a + x = 0 \leftrightarrow x = -a$	$a \times u = 1 \leftrightarrow u = 1/a$
$a = b \rightarrow a + c = b + c$	$a = b \rightarrow a \times c = b \times c$

Pourquoi $(-a) \times (-b) = a \times b$?

D'après la diapo précédente :

$$(-a) \times (-b) = [(-1) \times a] \times [(-1) \times b]$$

$$= (-1) \times a \times (-1) \times b$$

$$= [(-1) \times (-1)] \times [a \times b]$$

On sait déjà que $(-1) \times a = -a$.

$$= [\ -(-1)\ ] \times [a \times b]$$

$$= [\ 1\ ] \times [a \times b]$$

$$(-a) \times (-b) = [a \times b]$$

addition	multiplication
$a + b = b + a$	$a \times b = b \times a$
$(a+b) + c = a + (b+c)$	$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$
$a \times (b+c) = (a \times b) + (a \times c)$	
$a + 0 = a$	$a \times 1 = a$
$a + x = 0 \leftrightarrow x = -a$	$a \times u = 1 \leftrightarrow u = 1/a$
$a = b \rightarrow a + c = b + c$	$a = b \rightarrow a \times c = b \times c$