Jean Brette est entré au Palais de la Découverte en 1964. Il en est sorti, à sa retraite, à la tête du département de mathématiques en 2004.
Il était toujours à l'écoute des mathématiques qui se font et de leurs résultats, comme le théorème des quatre couleurs, ou l'algorithme d'approximation de pi à partir des multiples successifs des entiers décroissants depuis un entier donné.
Ainsi on pouvait ne pas l'avoir vu de quelques jours ou de quelques semaines, il avait toujours un nouveau problème ou un nouveau résultat à expliquer et commenter.
Jean était surtout un vulgarisateur passionné et passionnant.
Que ce soit les « mathématiciens en herbe » qui venait l'écouter au Palais ou les jeunes et moins jeunes qui venaient se délecter de ses conférences, il savait les intéresser de sorte que chacun se sentait plus intelligent à la fin de sa conférence ; il aimait montrer que tel problème, simple à énoncer, n'avait pas de solution ; ou bien raconter l'histoire de la multiplication jusqu'aux algorithmes découverts ces dernières années pour optimiser le calcul sur ordinateur ; ou encore initier son interlocuteur aux subtilités de la descente infinie…
Il savait mettre en contact ceux qui, comme lui, aimait les mathématiques et leur transmission. Par exemple, j'ai connu Jean vers la fin des années 70 ; il était au Palais de la Découverte et je découvrais la jubilation en mathématiques. Un après-midi, il m'amena dans le jardin d'une villa à Boulogne, chez un fantastique passeur de savoir, François Le Lionnais , avec lequel il préparait un livre : *Les Nombres remarquables*, paru chez Hermann, en 1983. Puis, sur la route de la vulgarisation des mathématiques, nous sommes très vite devenus des compagnons de route.
A peu près à la même époque, Jean avait invité le mathématicien Serge Lang à donner une conférence « grand public » au Palais de la découverte, ce qui avait amené l'écriture du livre *Serge Lang fait des maths en public***c**, *3 débats au Palais de la découverte, Paris [1981-1982-1983]*, paru chez Belin et traduit en anglais sous le titre : « The Beauty of doing Mathematics - Three Public Dialogues ».
Plus tard, Jean Brette a reçu le Prix d'Alembert 2002, avec, Catherine Goldstein, Mireille Chaleyat-Maurel, Gérard Tronel pour le dossier "Image des mathématiques dans le grand public, Année 2000, Année Mondiale des Mathématiques".
Et le jeudi 9 février 2017, son cœur lui a posé son dernier problème.

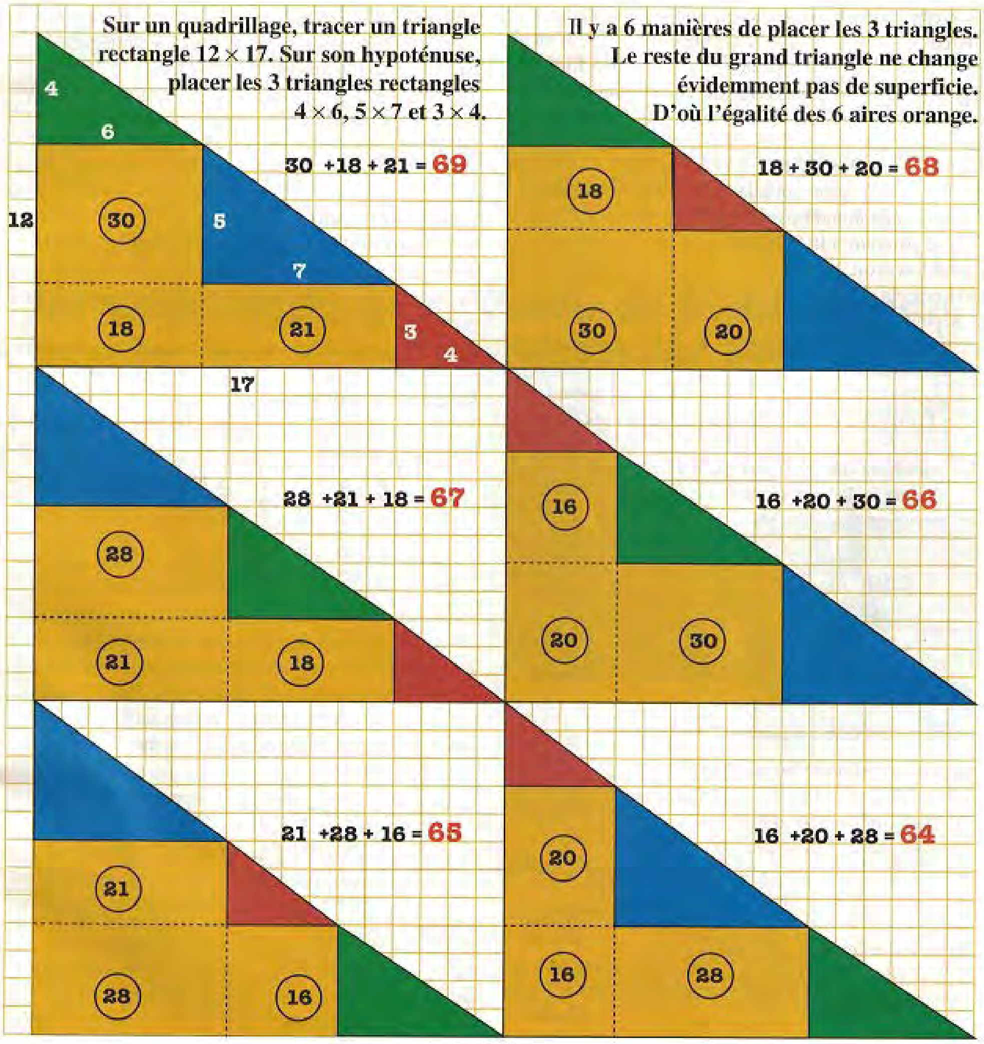
André Deledicq

Parmi les quelques films qu'il nous a laissé, regardez le beau film auquel il a participé, en 1995, avec Jean-Pierre Bourguignon, à l'atelier *Ecoutez voir* de François Tisseyre et Claire Weingarten, intitulé *La nouvelle étoile du Berger* : http://videotheque.cnrs.fr/visio=207 .
Vous pouvez voir aussi :
Mathématiciens en herbe
https://www.youtube.com/watch?v=rjMFbJW2v9M
Films de savon
http://lille1tv.univ-lille1.fr/videos/video.aspx?id=1a41f93a-820b-4500-bc6b-75b878dccafb
Le nombre pi - 2003
http://mathix.org/linux/archives/1289

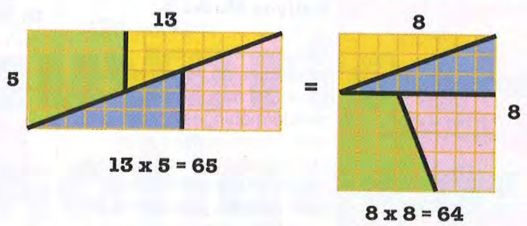
On trouvera ci-dessous, extraits du catalogue des éditions du Kangourou :
… 69=68=67=66=65=64 (dans *Jeux, défis et découvertes mathématiques*, 2007),
… La recette des mousquetaires (dans *La magie du calcul*, 1998),
… La descente infinie (dans *Maths et plume 2* , 2000).

69 = 68 = 67 = 66 = 65 = 64 !

Jean Brette, entré au Palais de la découverte en 1964, dirigea le Département de mathématiques jusqu'en 2004. Aujourd'hui encore à l'écoute des mathématiques qui se font et de leurs résultats, il connaît bien aussi les plaisirs, délectations et amusements traditionnels en mathématiques. Et il a toujours su les approfondir et les accommoder à son style personnel, témoin le puzzle paradoxal classique de Lewis Carroll ($13 \times 5 = 65 == 64 = 8 \times 8$, voir page 31) qu'il généralise ici en une fantastique suite d'égalités !



Le puzzle "bien connu" de Lewis Carroll est le suivant :



Le paradoxe apparent vient de la disparition d'une surface trop petite pour être perçue : dans chacun des puzzles successifs, une unité d'aire disparaît le long de "l'hypoténuse" du grand "triangle rectangle". En fait ce n'est pas tout à fait un "triangle" car son "hypoténuse" n'est pas un segment ; elle est en effet constituée de segments pas tout à fait alignés.

LA RECETTE DES MOUSQUETAIRES

ou "Comment on peut, aujourd'hui encore, découvrir des trucs très simples et très utiles en mathématiques".

Si vous allez au Palais de la Découverte, du côté des salles de mathématiques, vous avez de grandes chances (c'est le cas de le dire) de rencontrer Jean Brette. Entre deux bulles de savon aux propriétés mathématiques chatoyantes et trois ou quatre théorèmes sur les nœuds ou les tresses, il se fera un plaisir de vous expliquer une nouvelle méthode pour multiplier les nombres découverte il y a seulement trente ans. La voici exposée sur un exemple.

Pourquoi c'est utile ?

Parce qu'on ne fait que trois multiplications au lieu de quatre ! C'est comme les mousquetaires. Et sur des nombres de huit chiffres, un ordinateur utilisant la recette des Mousquetaires va trois fois plus vite qu'avec la recette habituelle !

2 fois 8 seize,
6 fois 3, dix-huit.
On écrit 1618.

$$\begin{array}{r} 83 \\ \times\ 26 \\ \hline 1618 \end{array}$$

Cornegidouille ! En commençant à écrire comme ça, le résultat ne va pas être triste !

Ensuite, on réécrit 18 et 16, l'un sur l'autre, bien centrés.

Ventre saint gris Jamais je n'ai vu faire une multiplication comme ça !

$$\begin{array}{c} 83 \\ \times\ 26 \\ \hline 1618 \\ 18 \\ 16 \end{array}$$

8 moins 3, cinq,
6 moins 2, quatre,
et quatre fois cinq, vingt !
On écrit 20,
bien centré.

$$\begin{array}{c} 83 \\ \times\ 26 \\ \hline 1618 \\ 18 \\ 16 \\ 20 \end{array}$$

Le produit de la différence des chiffres de chaque facteur!!! Boudiou ! Ça c'est très fort !

Sacrebleu ! Le résultat est bon. Je l'ai vérifié sur la calculatrice d'Alexandre D. !

$$\begin{array}{c} 83 \\ \times\ 26 \\ \hline 1618 \\ 18 \\ 16 \\ 20 \\ \hline 2158 \end{array}$$

Et il n'y a plus qu'à additionner les quatre termes !

Bibliographie : Donald Knuth *"The Art of Computer Programming"* Addison Wesley. 1981

Attention : le dernier terme, ici 20, n'est pas toujours additionné. Il faut le soustraire lorsque les chiffres de chaque facteur se rangent dans le même ordre ; regardez ces exemples :

83	38	38
× 62	× 62	× 26
4806	1816	0648
06	16	48
48	18	06
– 20	+ 20	– 20
3146	2356	988

Pourquoi ça marche tout le temps ?

$$\begin{array}{c} 10a + b \\ \times\, 10c + d \\ \hline 100ac + bd \\ 10bd \\ 10ac \\ 10(a-b)\times(d-c) \\ \hline 100ac + bd + 10ad + 10bc. \end{array}$$

Cela vaut bien $(10a + b)(10c + d)$!

La descente infinie

L'expression "**descente infinie**" désigne un mode de raisonnement inventé par le mathématicien toulousain **Pierre de Fermat**. En fait, il aurait mieux fait de l'appeler, "descente infernale" , comme on va le voir… L'idée essentielle de ce type de démonstration paraît vraiment très simple et ne semble pas d'abord attirer l'attention.
Imaginons Pierrot, garçon de bureau, quelque part dans un escalier, la vue masquée par une pile de dossiers. Et supposons que Pierrot arrive à être certain de ceci : **Quelle que soit la marche sur laquelle il se trouve, il peut descendre d'un pas sur la marche inférieure (Note : si Pierrot est mathématicien, il peut être sûr de cela s'il démontre que "pour tout entier n, il peut passer de n à $n-1$"). La conclusion de Pierrot est alors incontestable : son escalier n'est pas posé sur le sol mais plongé dans les profondeurs infernales de l'infini souterrain** (élémentaire puisqu'il peut toujours descendre d'un cran !).

Exploitée par un mathématicien, cette idée prend la forme plus austère suivante :
Plaçons-nous dans l'ensemble des nombres entiers naturels :
0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7…
Dans cet ensemble, si nous montrons qu'une certaine propriété soi-disant vraie pour un n quelconque est alors vraie pour $n-1$, alors c'est que cette propriété est fausse.

Voilà donc le type de raisonnement qui servait à Fermat pour démontrer quelques-uns de ces théorèmes et qui prit le nom de descente infinie.
En voici deux exemples…

Le nombre d'or n'est pas une fraction !

Les mathémagiciens ont appelé NOMBRE D'OR et noté ϕ, un nombre positif aux propriétés étonnantes qui peut se définir ainsi : "Prendre son inverse, c'est comme lui enlever l'unité".
Autrement dit $\phi - 1 = \dfrac{1}{\phi}$.

(Ce nombre d'or ϕ est exactement égal à $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.)

Supposons qu'il existe deux entiers naturels n_1 et n_2 tels que $\phi = \dfrac{n_1}{n_2}$, avec $n_2 < n_1 < 2n_2$ puisque ϕ est compris entre 1 et 2.

Nous allons démontrer que l'on peut alors diminuer d'au moins une unité le numérateur et le dénominateur de cette fraction. Le principe de la descente infinie nous permettra de conclure que cette fraction ne peut alors pas exister ! On a :

$\phi = 1 + \frac{1}{\phi}$ donc $\frac{n_1}{n_2} = 1 + \frac{n_2}{n_1} = \frac{n_1 + n_2}{n_1}$.

Donc $n_1^2 = n_1 n_2 + n_2^2$, qui se traduit aussi par :

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{n_2}{n_1 - n_2}.$$

Or $n_2 < n_1$ et $n_1 - n_2 < n_2$.

Il nous reste à poser $n_3 = n_1 - n_2$.

Nous pouvons écrire :

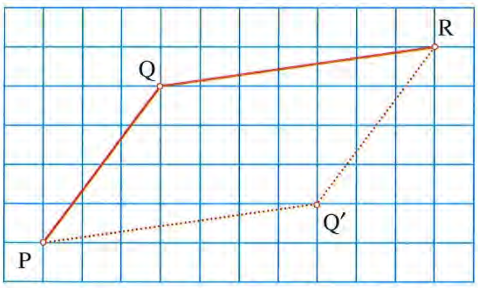
$\frac{n_1}{n_2} = \frac{n_2}{n_3} = \frac{n_2 + n_3}{n_2}$ avec $n_3 < n_2 < 2n_3 < n_1$.

Nous obtenons ainsi une relation du même type que plus haut mais avec des nombres strictement inférieurs. La descente infinie est amorcée. Nous pouvons conclure : le nombre d'or n'est pas une fraction.

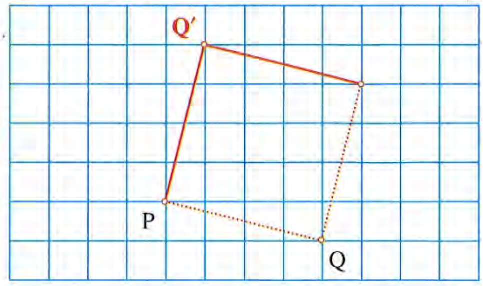
Peut-on tracer un polygone régulier sur un quadrillage ?

Vous disposez d'une feuille de papier quadrillé, et vous vous proposez de dessiner des polygones dont les sommets sont sur les croisements du quadrillage. Suivez bien les explications de **Jean Brette***...

1. Il est facile de dessiner des parallélogrammes (voir la figure ci-dessous) : vous choisissez 3 points quelconques P, Q, R et, "en comptant les carreaux", vous construisez le point Q′, qui est bien sur le quadrillage (si les 3 points sont alignés, vous obtenez encore un parallélogramme, mais plat).



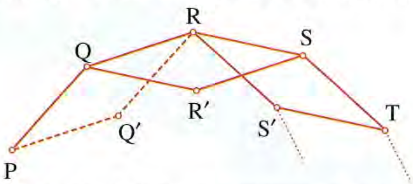
2. Il est aussi facile, à partir de deux points quelconques P et Q, de construire un carré (et même deux : un de chaque coté de (PQ) (voir la figure suivante) : si Q est à 4 carreaux à l'Est et 1 carreau au Sud de P, alors marquez Q′ à 4 carreaux au Nord et à 1 carreau à l'Est de P. (En effet, pour faire des angles droits : Est → Nord → Ouest → Sud → Est).



3. Mais si vous essayez de construire un triangle équilatéral ou d'autres polygones réguliers que des des carrés : des pentagones, ou des hexagones, ... , c'est tout autre chose, ça a l'air très difficile. Peut-être est-ce impossible ?

En fait, **c'est impossible**, et la descente infinie va nous aider à en faire la preuve.

L'idée de la "descente infinie" est la suivante : on va supposer qu'il existe un tel polygone P, Q, R, S, T etc., d'une certaine taille, et on va montrer que dans ce cas, on pourrait en déduire un autre, strictement contenu dans le précédent, et dont les sommets seraient également sur le quadrillage. À partir de celui-ci, on pourrait alors en construire un troisième inclus dans le second, et ainsi de suite, "à l'infini". Mais c'est clairement impossible car il n'y qu'un nombre fini de points du quadrillage à l'intérieur du polygone initial. Donc le polygone initial ne peut exister. Voyons cela de plus près.

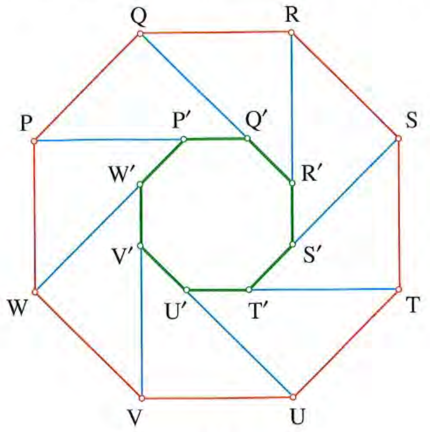


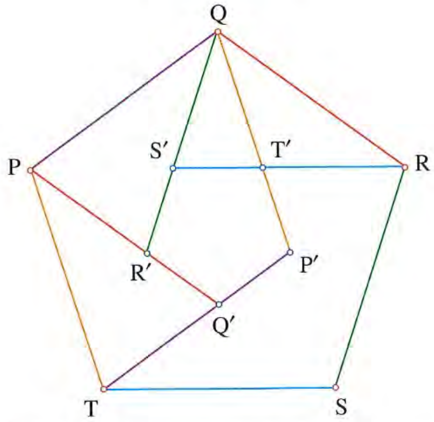
Soient P, Q, R, S, T etc. les sommets du polygone initial, supposés être sur le quadrillage.

En vertu du point **1** ci-dessus, on peut toujours construire un point Q′ du quadrillage qui soit le 4e sommet du parallélogramme PQRQ′. De la même façon on peut construire R′, S′, T′, etc. Ce nouveau polygone a donc N sommets sur le quadrillage et il est régulier comme le premier. Par ailleurs il est strictement inclus à l'intérieur du premier.

Et voilà, c'est fini !!

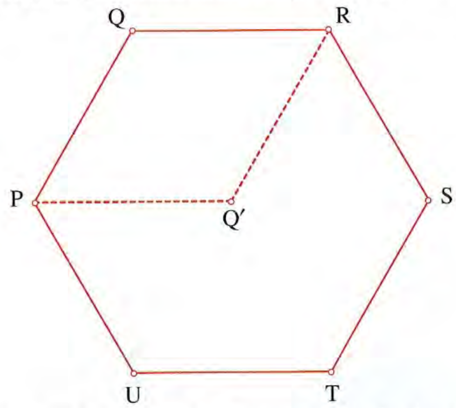
Voici les figures dans les cas N = 8 et N = 5.





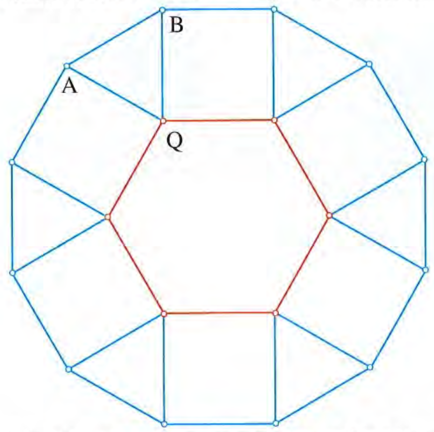
4. En fait ce raisonnement n'est valable que si le polygone Q′R′S′… existe vraiment et a effectivement ses sommets strictement à l'intérieur du polygone PQRS…
Les sommets du deuxième polygone peuvent être en effet confondus avec ceux du premier. Et c'est le cas du carré vu au point **2** ci-dessus ; mais on peut montrer que cela n'arrive jamais pour les autres polygones réguliers.

5. Le cas N = 6 est plus délicat : Notre raisonnement ne marche pas car les points P′, Q′, R′… sont tous au centre, et le second polygone est réduit à un point.
Comment faire alors ? Notons quand même au passage que, s'il existait un tel hexagone, alors il existerait aussi un triangle équilatéral : le triangle PQQ′.
Inversement, s'il existait un triangle équilatéral, on en déduirait immédiatement l'existence d'un hexagone en "construisant des parallélogrammes".



Il ne reste donc qu'à montrer qu'il n'existe pas d'hexagone, et on aura fini. Ouf !!!

6. La rosace de la cathédrale de Nîmes va nous aider à inventer le raisonnement adapté à la situation.



S'il existait un hexagone régulier avec des sommets sur le quadrillage, alors on pourrait construire sur chacun des côtés un carré dont les sommets seraient aussi sur le quadrillage (voir le point **2** plus haut).
Comme l'angle Q de l'hexagone vaut 120° et que les deux angles des carrés valent chacun 90°, l'angle Q du triangle isocèle QAB vaut 60°, et ce triangle serait donc équilatéral. Par conséquent, le polygone extérieur serait régulier et ses 12 sommets seraient sur le quadrillage, et ça, c'est impossible à cause du point **3** appliqué au dodécagone !

Conclusion : On a démontré que le seul polygone régulier que l'on peut tracer sur un quadrillage est un carré.

* Responsable des mathématiques au Palais de la Découverte.