



## ACTIVITÉ 1

# Les miracles du papier pointé

### Sommaire

Activités-élèves :	pages 1 et 2
Qu'avez-vous appris ?	page 3
Réponses, solutions	pages 4 et 5
Notes pour le professeur	page 6

### Matériel

papier brouillon

papier pointé en carrés pour reproduire facilement des figures.

### Âge ou niveau

Cette activité peut être proposée à partir de 9-10 ans.

Mais elle fonctionne bien jusqu'au début des lycées.

### Licence

Le règlement des droits relatifs au téléchargement de ce document PDF ouvre droit

... à son impression par l'utilisateur défini lors du règlement  
... à son utilisation dans le cadre (institutionnel ou familial) prévu lors de ce règlement

... à le photocopier à autant d'exemplaires que souhaité dans ce même cadre

Une copie numérique de ce fichier peut-être réalisée par sécurité, à l'exclusion d'aucune autre copie par quelque moyen et sur quelque support électronique que ce soit.

Le contenu de ce fichier est sujet aux habituels droits de protection des auteurs. En particulier :

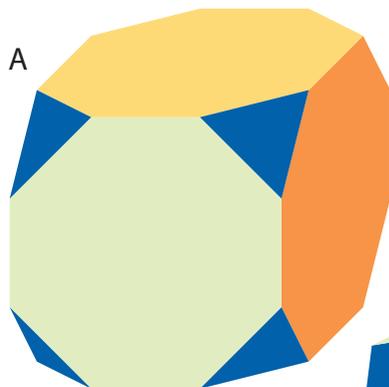
© 2007 – ACL-Les Editions du Kangourou  
12 rue de l'épée de bois, 75005 Paris

Ce document est réalisé en quatre "couleurs",

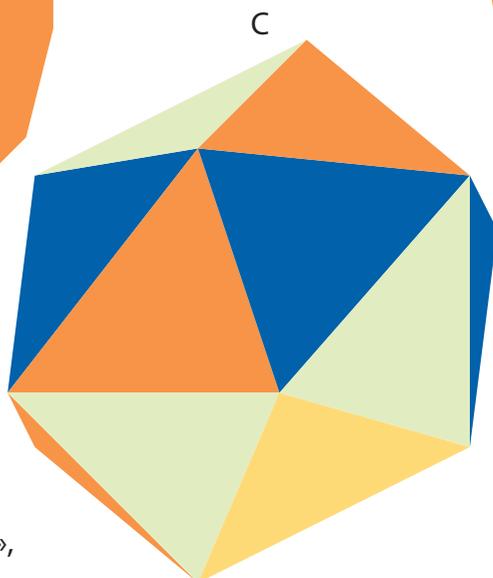
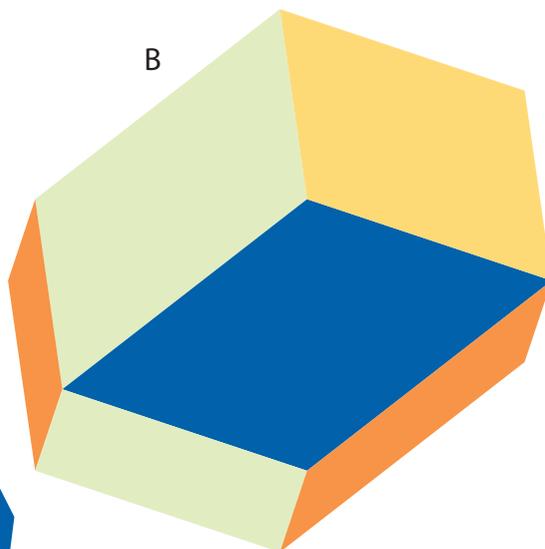
sur papier :      
gris foncé gris souris gris clair sablé

sur écran :      
bleu orange vert jaune

Voici trois objets représentés « en perspective ».  
Ce serait vraiment chouette que tu saches toi aussi les dessiner aussi bien !



Miracle ! Avec du papier pointé (quadrillé), cela ne vas te demander qu'un peu d'attention.



c'est-à-dire qu'il a douze (dodeca en grec) faces (edron en grec) en forme de losange (rhombus en latin).  
Le troisième solide, C, est un icosaèdre régulier, c'est-à-dire qu'il a vingt faces qui sont des triangles équilatéraux.



Le solide A s'appelle un « cube tronqué ».  
Le solide B est un « rhombidodécaèdre »,



## 1 Des cubes

Pour tracer un cube en perspective :

- On trace un carré, par exemple de côté 6 unités (ABCD),  $AB = 6$ .
- On choisit un segment DE qui représentera un côté du cube perpendiculaire à la face déjà tracée ; ici nous avons choisi le point E à 4 unités horizontalement de D et à 2 unités verticalement.

En abrégé, nous écrivons  $DE = [4, 2]$ .

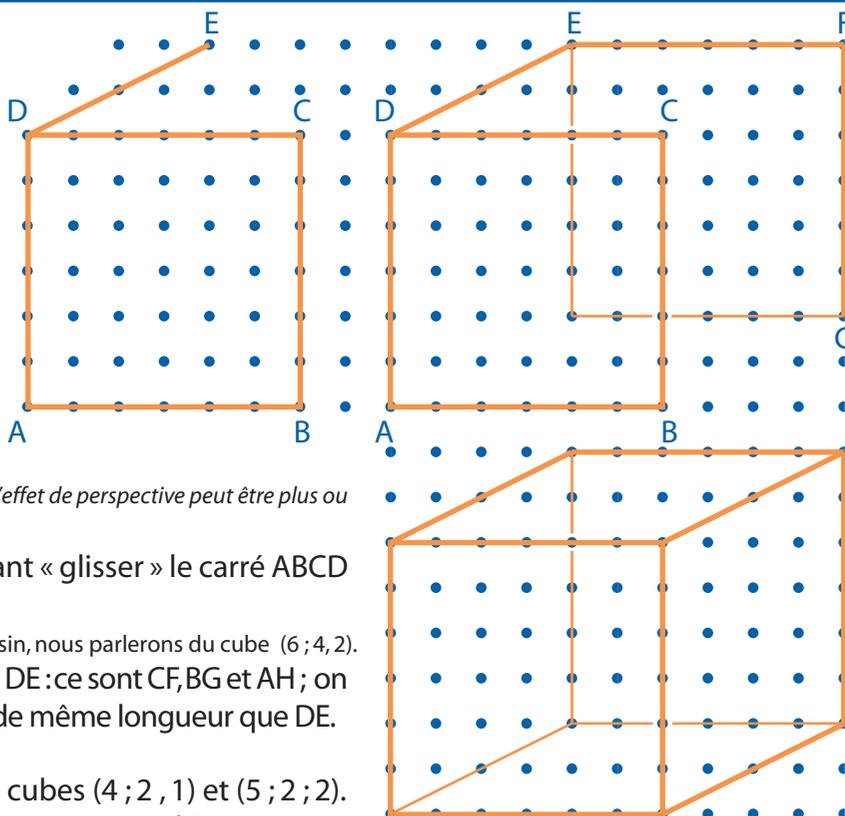
*Selon le choix de l'inclinaison et de la longueur de DE, l'effet de perspective peut être plus ou moins réussi suivant le solide représenté.*

- On trace le carré EFGH, obtenu en faisant « glisser » le carré ABCD le long de DE.

Pour que d'autres puissent reproduire le même dessin, nous parlerons du cube  $(6 ; 4, 2)$ .

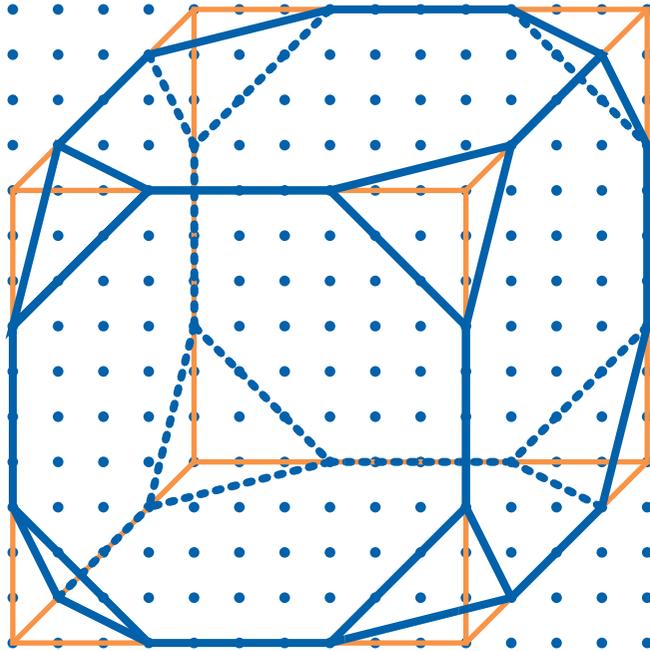
- On trace les trois autres côtés parallèles à DE : ce sont CF, BG et AH ; on peut vérifier qu'ils sont bien parallèles et de même longueur que DE.

Pour bien voir si tu as compris, trace les cubes  $(4 ; 2, 1)$  et  $(5 ; 2 ; 2)$ .  
Trace aussi les cubes  $(3 ; 1, 1)$  et  $(2 ; 2, 2)$  ; qu'arrive-t-il ?

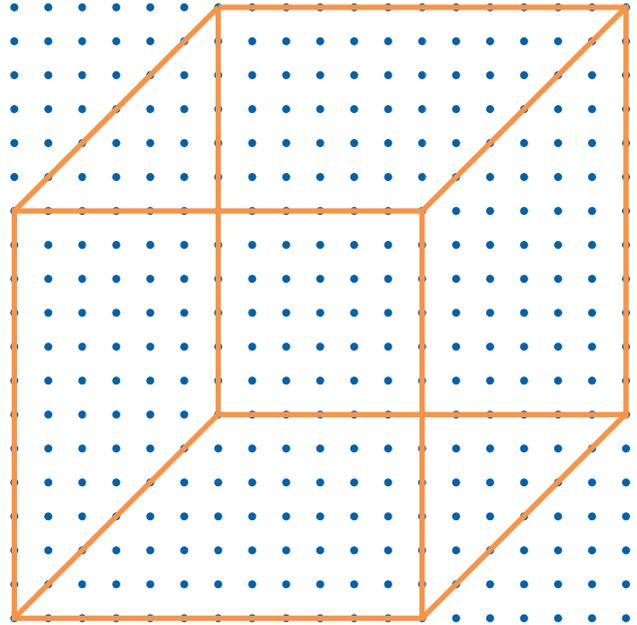


## 2 Cube tronqué

Voici la représentation d'un cube (10 ; 4, 4) dont on a tronqué de « petits » coins.



Dessine un cube (12 ; 6, 6) et représente le cube tronqué au tiers de chaque côté.



## 3 Le douze-losanges

Trace un cube et marque son « centre ». Nous te conseillons de choisir un cube (10 ; 8, 4), il sera particulièrement réussi ; notre dessin, lui, commence avec un cube (6 ; 4, 2).

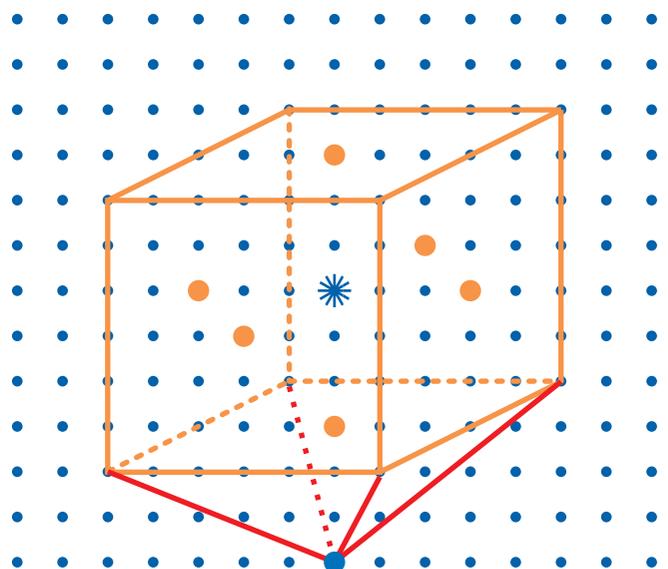
Marque en orange les centres de chacune des six faces.

Marque en bleu les six points qui sont symétriques du centre du cube par rapport à chacun des six centres de face.

Joins chaque point bleu à chacun des quatre points qui sont les sommets de la face du cube la plus proche de ce point.

Tu peux décider de ne pas du tout tracer les côtés pointillés ; ou bien dessiner des pointillés, comme tu veux.

Reconnais-tu le rhombidodécaèdre ? Bravo !





## 4 Cuboctaèdre 1

Trace un cube (6 ; 4, 2) et marque les milieux des 9 côtés non cachés, comme nous l'avons fait.

Complète le figure pour représenter un cube tronqué au milieu des arêtes.

Tu peux décider de ne pas du tout tracer les côtés pointillés ; ou bien dessiner des pointillés, comme tu veux.

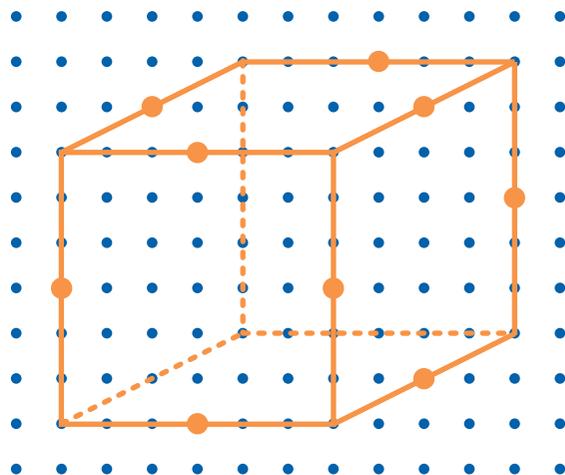
Combien a-t-il de faces carrées ?

Combien a-t-il de faces triangulaires ?

Combien a-t-il de faces au total ?

Combien a-t-il d'arêtes ?

Combien a-t-il de sommets ?



## 5 Cuboctaèdre 2

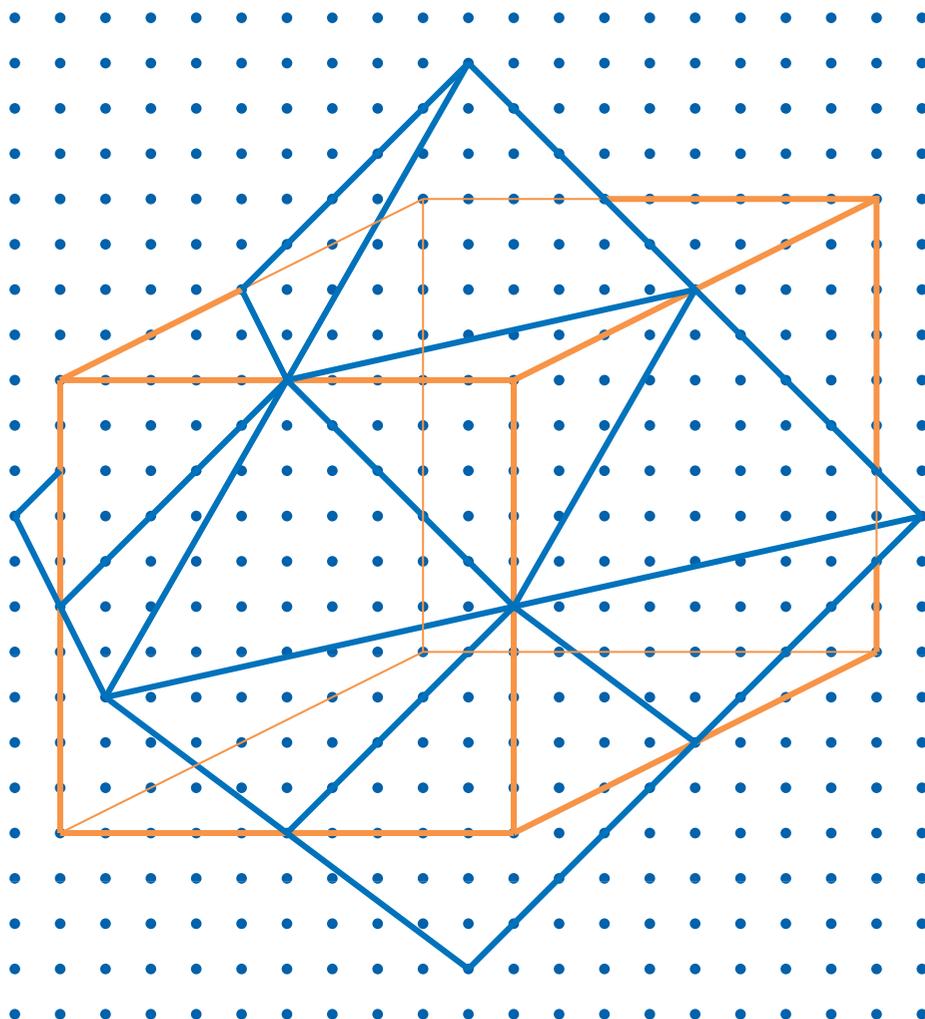
Voici un cube (10 ; 8, 4) sur lequel nous avons d'abord marqué les milieux des côtés (comme dans l'activité 4), puis les symétriques du centre par rapport à chaque face (comme dans l'activité 3).

Tu peux y voir un octaèdre imbriqué dans un cube ; et tu peux y reconnaître soit un cube tronqué, soit un octaèdre tronqué.

La figure est assez jolie mais on y voit plus ou moins bien certains détails selon les paramètres de la perspective choisie.

Sur la figure que tu as construite, trace en pointillé toutes les arêtes cachées de ce solide.

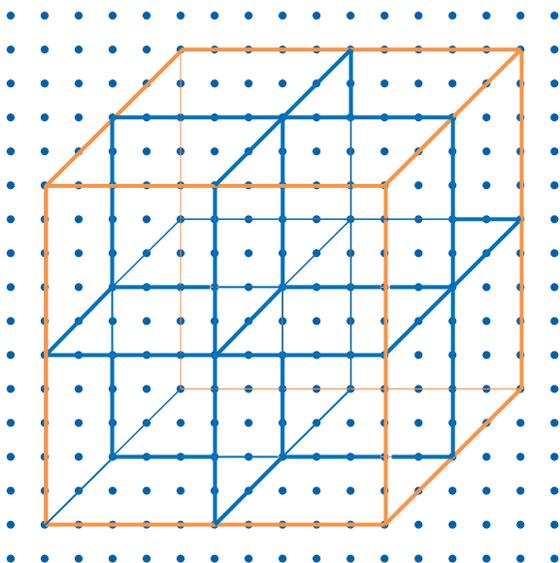
Essaie, par exemple de reproduire cette figure, avec un cube (6 ; 4, 2) ou (12 ; 8, 4).



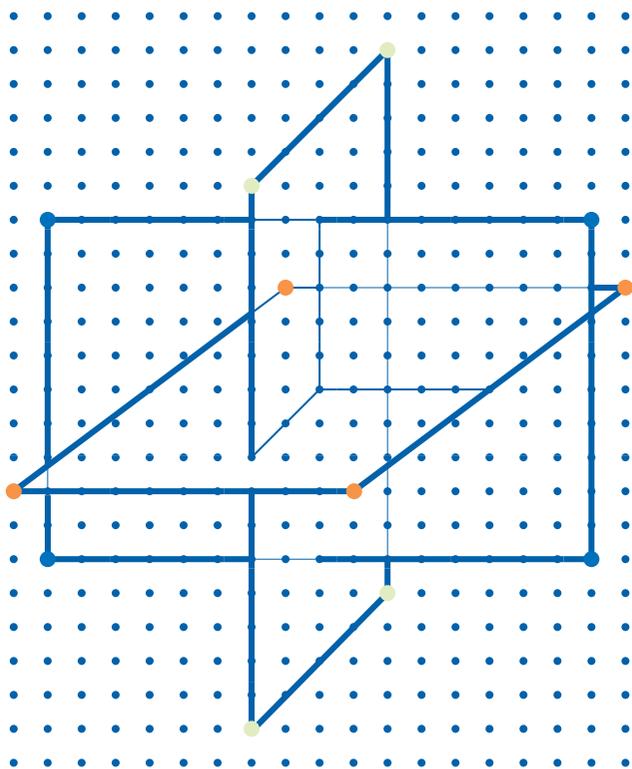


## 6 Le vingt-triangles

Regarde la figure que nous avons tracée : c'est un cube  $(10; 4, 4)$  où l'on a représenté trois plans qui le coupent exactement en deux.



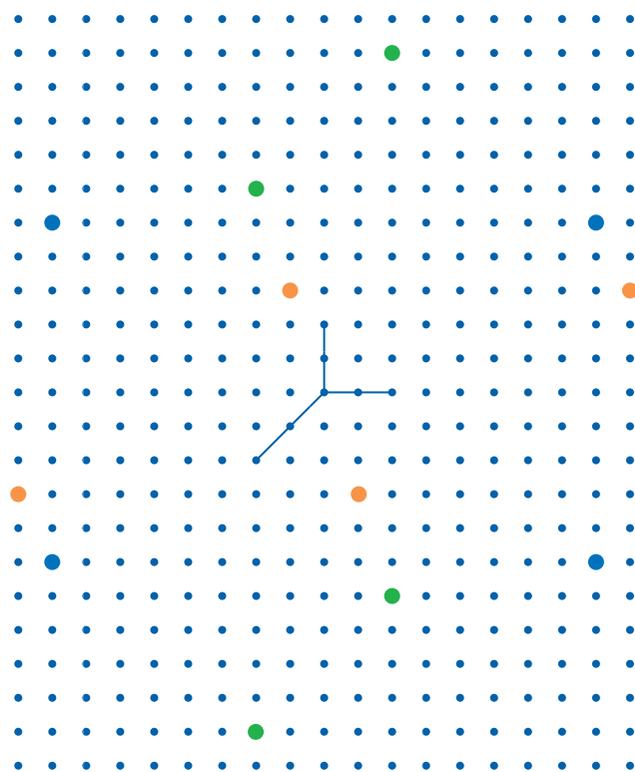
Sur la figure suivante, nous n'avons gardé que ces 3 plans, en les prolongeant chacun un petit peu.



Nous te demandons de reproduire cette figure, constituée de 3 rectangles. Pour cela ...

... nous te suggérons de marquer d'abord, sur ta feuille de papier pointé, leurs 12 sommets, dont nous te donnons les coordonnées :

$(8, 5)$   $(-8, 5)$   $(-8, -5)$  et  $(8, -5)$  pour le rectangle vertical de face,  $(2, 10)$   $(-2, 6)$   $(-2, -10)$  et  $(2, -6)$  pour le rectangle vertical de côté,  $(9, -1)$   $(3, -1)$   $(-9, -3)$  et  $(1, -3)$  pour le rectangle horizontal.



... trace ces trois rectangles et repère bien le seul de leurs sommets qui est caché dans cette représentation.

Avec un crayon bleu fin, joins chacun de ces 11 sommets (non cachés) aux 5 autres qui, dans l'espace, en sont les plus proches.

Repasse, avec un crayon bleu épais les arêtes de ce solide qui sont "devant".

Reconnais-tu l'icosaèdre régulier que tu as réussi à représenter ?

## Solutions

1.

Le cube (2 ; 2, 2) est tout sauf "cubique".

2.

3.

4.

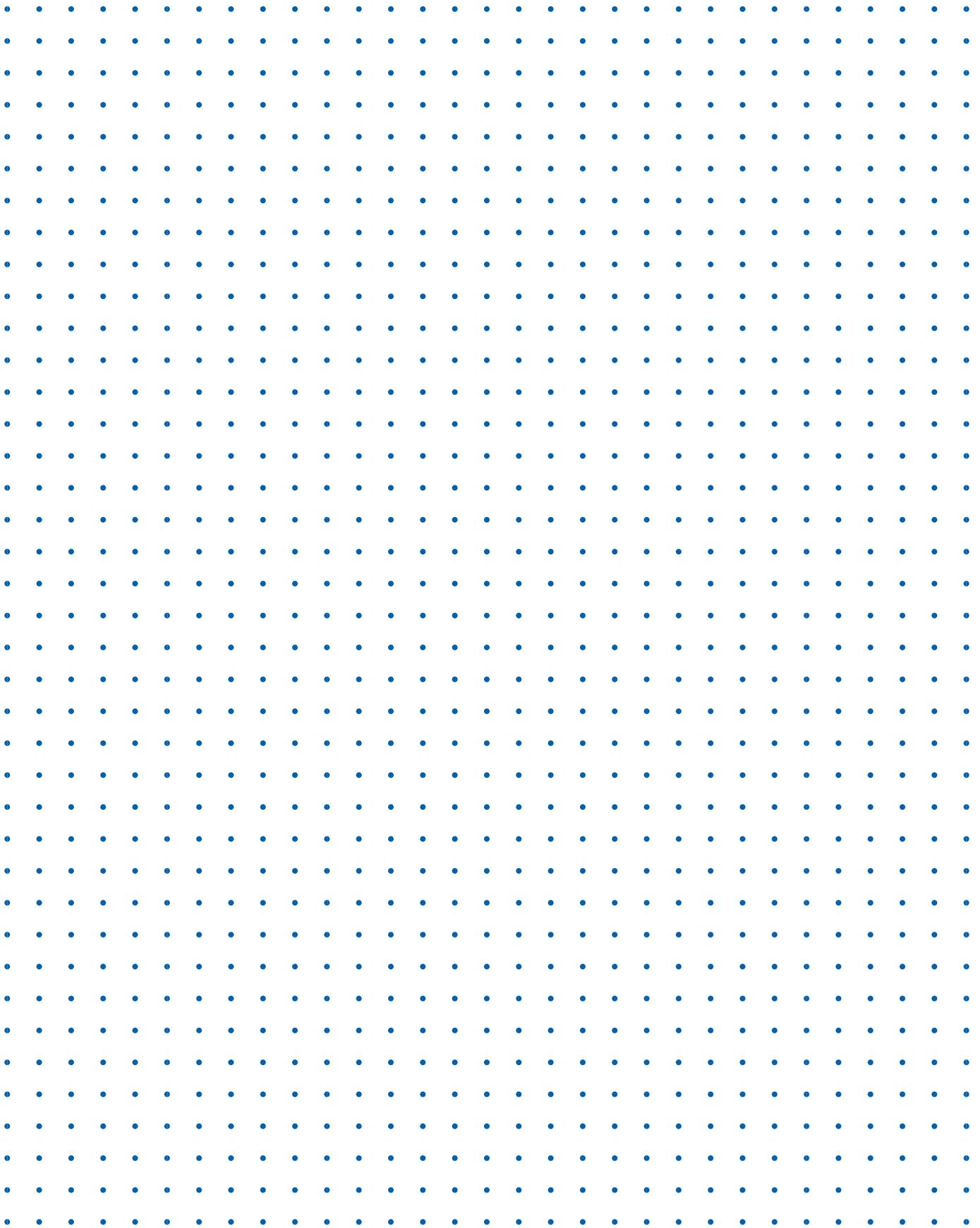
5.

La perspective choisie fait se confondre la représentation d'arêtes différentes.

6.



# Papier pointé en carrés



## Qu'as-tu appris ?

Lors de ces activités, tu as appris ceci :

**Quand tu FAIS quelque chose, tu comprends mieux certains discours ou certaines explications ...**

Souvent, tu as intérêt à dessiner, à construire, à déplacer des objets, bref à agir avec tes mains ou ton corps, plutôt que de ne rien faire. Tu n'es même pas obligé de réfléchir ; mais tu verras que ta pensée se mettra en marche toute seule, et que le plaisir de comprendre explosera en un instant dans ta tête.

N'hésite donc pas à FAIRE des maths !

Par exemple, dans l'activité 1, tu commences à dessiner un cube en perspective. C'est déjà bien de voir ainsi apparaître, sur du papier à deux dimensions, un objet de l'espace à trois dimensions

Cependant, ce qui est encore plus extraordinaire, c'est de voir apparaître tout à coup un objet que l'on ne croyait pas savoir construire.

Par exemple, après avoir construit un cube, marquer son centre et les six symétriques de ce centre par rapport aux faces ne demande que de l'attention. Mais lorsque tu commences à les joindre ces six points aux coins des faces du cube et que tu vois apparaître le Rhombimachin, n'est ce pas éblouissant ? Avant cette activité, aurais-tu pu imaginer que, toi, tu saurais dessiner une tel solide ?

(Et si tu savais ce que Kepler a remarqué et écrit sur ce solide, ...)

Finalement, tu as aussi appris ceci (si tu ne le savais pas déjà) :

**Suivre des consignes techniques peut être une activité qui profite à l'intelligence et qui donne, en plus, le plaisir de la réalisation.**

Ce n'est donc pas qu'un travail apparemment fastidieux et tu as intérêt à suspendre ton jugement et à réserver un peu de patience jusqu'à la fin des consignes à appliquer scrupuleusement. Bien sûr **c'est à toi de décider, à tout moment, si le jeu en vaut la chandelle.**

## Un truc utile

L'utilisation de **papier pointé quadrillé** est très utile pour réaliser rapidement des figures propres et représentatives. Si tu n'en a pas gardé une à photocopier, tu en trouveras toujours sur le site [www.clubmaths.fr](http://www.clubmaths.fr).

Tu peux aussi essayer le **papier pointé triangulé**, qui donne d'aussi bons résultats tout en ayant l'avantage de ne privilégier aucune de ces trois directions.

## Notes pour le professeur

Ces exercices de tracés sont toujours très gratifiants pour les jeunes élèves.

En effet, ils croient souvent a priori que les choses sont difficiles et parfois insurmontables.

Mais, finalement, ils constatent que les consignes des dessins sont finalement assez faciles à suivre et débouchent sur de vraies réussites.

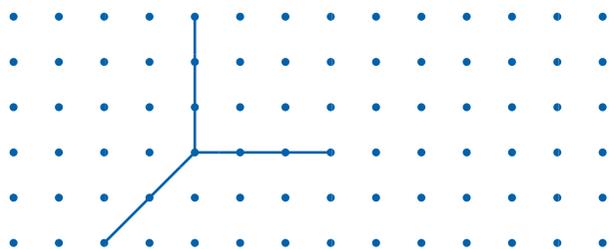
Un proverbe, certainement didactique et soit disant chinois, résume ce qui se passe alors :

J'entends et j'oublie,  
je vois et je retiens,  
je fais et je comprend.

Evidemment, il vous faudra expliquer et commenter la page Qu'as-tu appris avant ou au moment de la distribuer aux élèves.

### Stimulez la créativité des élèves, en faisant contrôler cette créativité :

À l'élève qui voudrait se servir de papier pointé quadrillé pour représenter des objets de l'espace, faites bien remarquer comment il peut représenter LE COIN BAS-GAUCHE de la pièce où il se trouve (comme ci contre).



À partir du tracé de simples parallèles aux 3 directions du coin, il peut soit dresser un plan (réel ou imaginaire) de tout endroit où il se trouve ; soit dessiner avec réalisme tout objet ayant une structure (visible ou cachée) parallélépipédique.

### Questions supplémentaires pour élèves « accro »



#### 7. Le cadeau de Képler

Le rhombidodécaèdre est un solide très intéressant : formé de 12 losanges identiques, ce n'est pas un solide régulier au sens de Platon. Mais il a des particularités tout à fait extraordinaire et on le retrouve dans la nature aussi bien dans les alvéoles des abeilles que dans les juteuses grenades ou les vulgaires petits pois,... Pour plus de précision, vous pouvez télécharger le cadeau de Kepler à l'adresse [www.mathkang.org](http://www.mathkang.org)



#### 8. La formule d'Euler-Descartes-Poincaré

Tout solide ressemblant à une sphère cabossée vérifie la formule :

$$F + S = A + 2$$

où F est le nombre de ces faces, S le nombre de ces sommets et A le nombre de ces arêtes.

On peut contrôler la validité de cette formule sur les solides rencontrés dans cette activité.

Ainsi :

Solide	Faces	Sommets	Arêtes	F + S - A
cube	6	8	12	2
cube tronqué	14	24	36	2
rhombidodécaèdre	12	14	24	2
icosaèdre	20	12	30	2
cuboctaèdre	48	26	72	2